

Difracción de electrones en una red policristalina (Difracción de Debye-Scherrer)

Objetivos del experimento

- Determinación de la longitud de onda de los electrones
- Verificación de la ecuación de de Broglie
- Determinación de la distancia reticular interplanar del grafito

Principios

En 1924 Louis de Broglie sugirió que las partículas podrían tener propiedades ondulatorias, además de las propiedades características de las partículas. Presentó la hipótesis de que la longitud de onda de las partículas es inversamente proporcional a su cantidad de movimiento:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (I)$$

λ : longitud de onda

h : constante de Planck

p : cantidad de movimiento

Sus conjeturas fueron confirmadas por los experimentos de Clinton Davisson y Lester Germer sobre la difracción de electrones en estructuras cristalinas de níquel en 1927.

En este experimento se demuestra el carácter ondulatorio de los electrones por su difracción en una red policristalina de grafito (difracción de Debye-Scherrer). En contraposición al experimento de Davisson y Germer, en el que la difracción de los electrones se observa por reflexión, este montaje usa un tipo de difracción por transmisión similar al utilizado por G. P. Thomson en 1928.

De los electrones emitidos por el cátodo caliente, un pequeño haz es separado por medio de un diagrama de pines. Luego de pasar por un sistema de enfoque óptico-electrónico, los electrones inciden en forma de un haz monocromático muy limitado en una lámina policristalina de grafito. Los átomos del grafito pueden ser considerados como una red espacial que actúa como una rejilla de difracción para los electrones. En la pantalla fluorescente aparece un patrón de difracción de dos anillos concéntricos, cuyo centro es el haz de electrones sin difractar (Fig. 1). El diámetro de los anillos concéntricos varía según la longitud de onda λ y por lo tanto

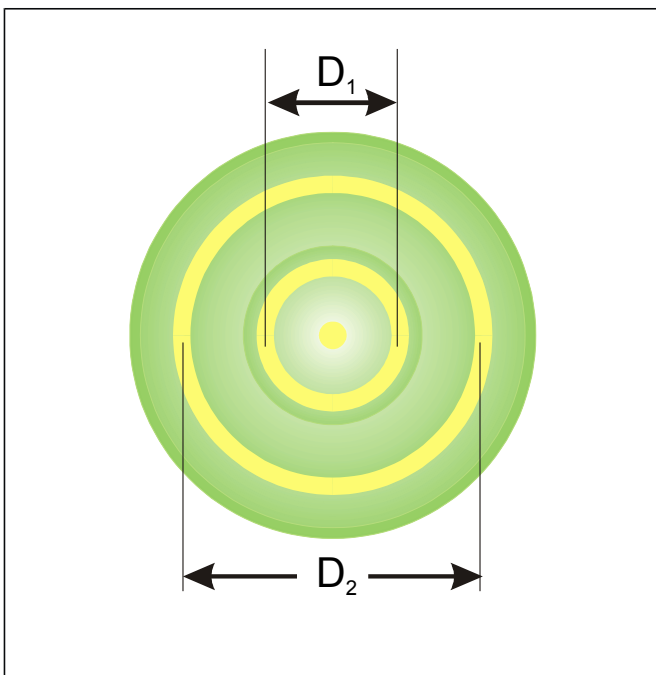


Fig. 1: Representación esquemática del patrón de anillos observado debido a la difracción de electrones en el grafito. Se observan dos anillos de diámetros D_1 y D_2 correspondientes a las distancias reticulares interplanares d_1 y d_2 (Fig. 3).

con la tensión de aceleración U, tal como se desprende de las siguientes consideraciones:

De la ecuación de energía para los electrones acelerados por la tensión U

$$e \cdot U = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{p^2}{2 \cdot m} \quad (II)$$

U: tensión de aceleración

e: carga del electrón

m: masa de la partícula

v: velocidad de la partícula

la cantidad de movimiento p se puede derivar como

$$p = m \cdot v = \sqrt{2 \cdot e \cdot m \cdot U} \quad (III)$$

Reemplazando la ecuación (III) en la ecuación (I) resulta para la longitud de onda:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot e \cdot U}} \quad (IV)$$

En 1913, H. W. y W. L. Bragg descubrieron que la disposición regular de los átomos en un cristal simple podría entenderse como una matriz de elementos reticulares en planos reticulares paralelos. Entonces, al exponer esta red cristalina a rayos X monocromáticos o electrones monoenergéticos y, además, suponiendo que éstos tienen una naturaleza ondulatoria, cada elemento en un plano reticular actúa como un "punto de dispersión", en el cual se forma un tren de ondas esféricas. Según el principio de Huygens, estos trenes de ondas esféricas se superponen y crean un frente de ondas "reflejado". En este modelo, la longitud de onda λ no se modifica respecto del frente de onda "incidente", y las direcciones de las radiaciones que son perpendiculares a los dos frentes de onda cumplen con la condición "ángulo de incidencia = ángulo de reflexión".

En los rayos vecinos reflejados en los planos reticulares individuales se genera una interferencia constructiva cuando las diferencias de trayectoria $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = 2 \cdot d \cdot \sin \vartheta$ son múltiplos enteros de la longitud de onda λ (Fig. 2):

$$2 \cdot d \cdot \sin \vartheta = n \cdot \lambda \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (V)$$

d: distancia reticular interplanar

ϑ : ángulo de difracción

Esta es la denominada "condición de Bragg" y el ángulo de difracción ϑ correspondiente es conocido como ángulo rasante.

En este experimento se utiliza un material policristalino como objeto de difracción. Esto equivale a una gran cantidad de pequeños cristallitos individuales que están dispersos en el espacio en forma irregular. Como consecuencia de esto, siempre hay algunos cristales en los que se satisface la condición de Bragg para una dirección de incidencia y longitud de onda dadas. Las reflexiones producidas por estos cristallitos quedan en conos cuyo eje común está dado por la dirección de incidencia. De ahí que aparezcan círculos concéntricos en una pantalla ubicada perpendicular a este eje. Los planos reticulares que son importantes para el patrón de difracción de los electrones obtenido con este montaje tienen las distancias reticulares interplanares (Fig. 3):

$$d_1 = 2,13 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$d_2 = 1,23 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

De la Fig. 4 se puede deducir la relación

$$\tan 2 \cdot \vartheta = \frac{D}{2 \cdot L} \quad (VI)$$

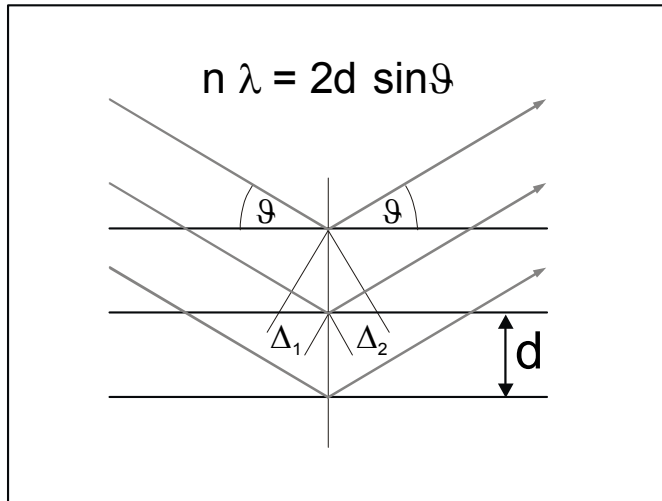


Fig. 2: Representación esquemática de la condición de Bragg.

Aproximando $\tan 2 \cdot \vartheta = \sin 2 \cdot \vartheta = 2 \cdot \sin \vartheta$ para ángulos pequeños se obtiene

$$2 \cdot \sin \vartheta = \frac{D}{2 \cdot L} \quad (VII)$$

La sustitución de la ecuación (VII) en (V) lleva la difracción de primer orden ($n = 1$) a

$$\lambda = d \cdot \frac{D}{2 \cdot L} \quad (VIII)$$

D: diámetro del anillo

L: distancia entre el grafito y la pantalla

d: distancia reticular interplanar

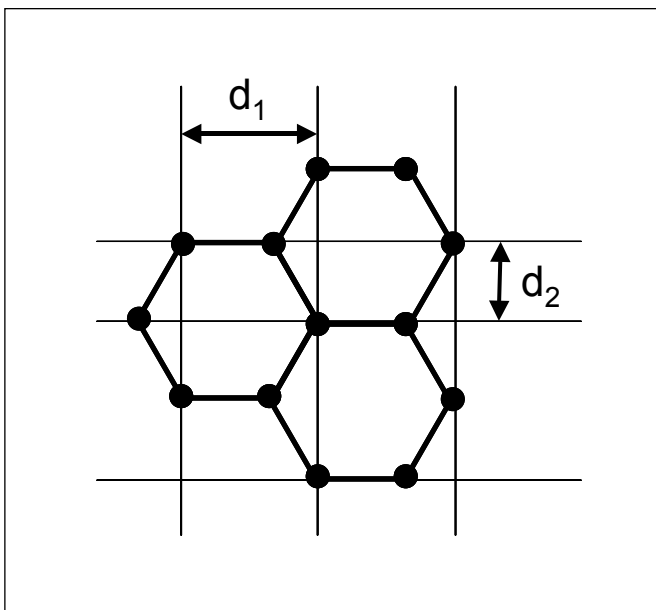


Fig. 3 Distancias reticulares interplanares en el grafito:
 $d_1 = 2,13 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
 $d_2 = 1,23 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

Materiales

1 tubo de difracción de electrones.....	555 626
1 portatubo	555 600
1 fuente de alimentación de alta tensión 10 kV	521 70
1 calibre Vernier de precisión	311 54
1 cable de seguridad de 25 cm rojo	500 611
1 cable de seguridad de 50 cm rojo	500 621
1 cable de seguridad de 100 cm rojo.....	500 641
1 cable de seguridad de 100 cm azul.....	500 642
2 cables de seguridad de 100 cm negros.....	500 644

Según la ecuación (IV), la longitud de onda λ está determinada por la tensión de aceleración U. La combinación de las ecuaciones (IV) y (VIII) muestra que los diámetros D_1 y D_2 de los anillos concéntricos cambian en función de la tensión de aceleración U:

$$D = k \cdot \frac{1}{\sqrt{U}} \tag{IX}$$

con

$$k = \frac{2 \cdot L \cdot h}{d \cdot \sqrt{2} \cdot m \cdot e} \tag{X}$$

La medición de los diámetros D_1 y D_2 en función de la tensión de aceleración U permite determinar las distancias reticulares interplanares d_1 y d_2 .

Notas de seguridad

Cuando el tubo de difracción de electrones es operado a altas tensiones superiores a 5 kV se generan rayos X.

■ No opere el tubo de difracción de electrones a tensiones superiores a los 5 keV.

La conexión del tubo de difracción de electrones con ánodo a tierra indicada en esta Hoja de instrucciones requiere de una fuente de tensión a prueba de alta tensión para calentar el cátodo.

■ Use la fuente de alimentación de alta tensión de 10 kV (521 70) para la alimentación de tensión del tubo de difracción de electrones.

Peligro de implosión: El tubo de difracción de electrones es un tubo de alto vacío con paredes de vidrio muy delgadas.

■ No someta al tubo de difracción de electrones a esfuerzos mecánicos, y conéctelo únicamente si está montado en el portatubo.

■ Manipule con cuidado las clavijas conectoras del casquillo, no las doble y colóquelas con cuidado en el portatubo.

El tubo de difracción de electrones puede romperse si se le suministran tensiones o corrientes demasiado altas:

■ Aténgase a los parámetros de operación indicados en los datos técnicos.

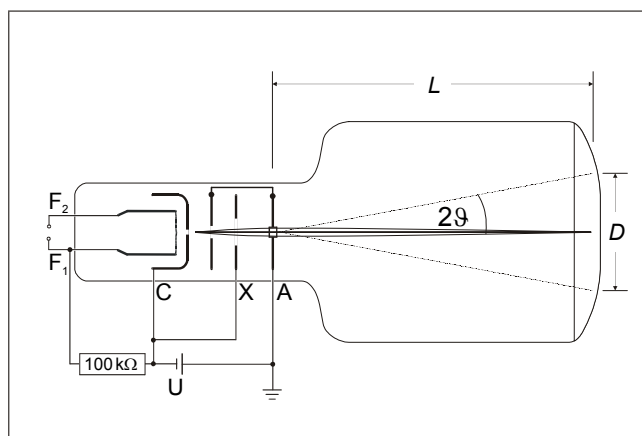


Fig. 4: Bosquejo esquemático para determinar el ángulo de difracción.

L = 13,5 cm (distancia entre la lámina de grafito y la pantalla),
 D: diámetro de un anillo de difracción observado en la pantalla.

θ: ángulo de difracción.
 Para el significado de F₁, F₂, C, X y A ver Fig. 5.

Montaje

La Fig. 5 muestra el montaje experimental (diagrama de cableado).

- Conecte los enchufes hembra para calentar el cátodo F1 y F2 del portatubo a la salida en la parte trasera de la fuente de alimentación de alta tensión de 10 kV.
- Conecte los enchufes hembra C (tapa del cátodo) y X (electrodo de enfoque) del portatubo al polo negativo.

- Conecte el enchufe hembra A (ánodo) al polo positivo de la salida de 5 kV/2 mA de la fuente de alimentación de alta tensión de 10 kV.
- Realice la conexión a tierra del polo positivo de la fuente de alimentación de alta tensión de 10 kV.

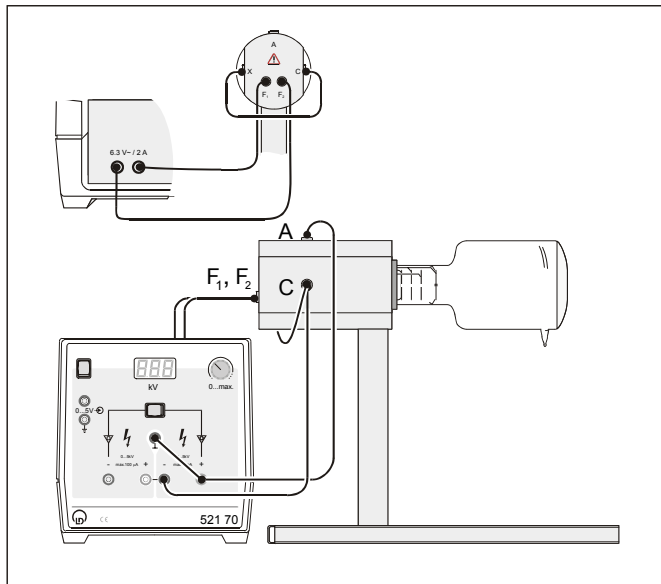


Fig. 5: Montaje experimental (diagrama de cableado) para observar la difracción de los electrones en el grafito.

Conexión de pines:

F₁, F₂: enchufes hembra para calentar el cátodo

C: tapa del cátodo

X: electrodo de enfoque

A: ánodo (con lámina de grafito policristalino, ver Fig. 4)

Realización del experimento

- Aplique una tensión de aceleración $U \leq 5$ kV y observe el patrón de difracción.

Consejo: La dirección del haz de electrones se puede influenciar por medio de un imán, que puede aferrarse al cuello del tubo, cerca del sistema de enfoque de electrones. Para iluminar otro punto de la muestra tal vez sea necesario ajustar el imán si no se pueden distinguir perfectamente al menos dos anillos de difracción en el patrón de difracción.

- Varíe la tensión de aceleración U entre 3 kV y 5 kV en pasos de 0,5 kV y mida el diámetro D_1 y D_2 de los anillos de difracción en la pantalla (Fig. 1).
- Mida la distancia entre la lámina de grafito y la pantalla.

Ejemplo de medición

Tabla 1: Mediciones de los diámetros D_1 y D_2 (promedio de 5 mediciones) de los anillos concéntricos de difracción en función de la tensión de aceleración U .

$\frac{U}{\text{kV}}$	$\frac{D_1}{\text{cm}}$	$\frac{D_2}{\text{cm}}$
3,0	3,30	5,25
3,5	2,83	4,88
4,0	2,66	4,58
4,5	2,40	4,35
5,0	2,33	4,12

Distancia entre la lámina de grafito y la pantalla: $L = 13,5$ cm

Evaluación y resultados

a) Determinación de la longitud de onda de los electrones

A partir de los valores medidos para D_1 y D_2 y las distancias reticulares interplanares d_1 y d_2 , la longitud de onda se puede determinar con la ecuación (VIII). El resultado para D_1 y D_2 está resumido en la Tabla 2 y la Tabla 3 respectivamente.

Nota: Al reescribir la ecuación (VIII) como

$$d = \lambda \cdot \frac{2 \cdot L}{D}$$

se ve que el diámetro D de los anillos (Fig. 1) es inversamente proporcional a las distancias reticulares interplanares d (Fig. 2). Esta información es necesaria para la evaluación de la longitud de onda a partir de las distancias reticulares interplanares (que en este caso se dieron como conocidas) según la ecuación (VIII). Los parámetros del plano reticular se deducen directamente en la parte c) usando las ecuaciones (IX) y (X).

El error dominante en las mediciones es la determinación de los diámetros D_1 y D_2 de los anillos. Para una precisión de lectura aproximada de 2 mm, el error es de aproximadamente 5% y 10 % en el anillo exterior e interior respectivamente.

Tabla 2: Medición del diámetro D_1 de los anillos de difracción concéntricos en función de la tensión de aceleración U . Las longitudes de onda λ_1 y $\lambda_{1, \text{teórica}}$ son determinadas por la ecuación (VIII) y la ecuación (IV) respectivamente.

$\frac{U}{\text{kV}}$	$\frac{D_1}{\text{cm}}$	$\frac{\lambda_1}{\text{pm}}$	$\frac{\lambda_{1, \text{teórica}}}{\text{pm}}$
3,0	3,30	22,9	22,4
3,5	2,83	21,1	20,7
4,0	2,66	19,4	19,4
4,5	2,40	18,5	18,3
5,0	2,33	17,6	17,3

Tabla 3: Medición del diámetro D_2 de los anillos de difracción concéntricos en función de la tensión de aceleración U . Las longitudes de onda λ_2 y $\lambda_{2, \text{teórica}}$ son determinadas por la ecuación (VIII) y la ecuación (IV) respectivamente.

$\frac{U}{\text{kV}}$	$\frac{D_2}{\text{cm}}$	$\frac{\lambda_2}{\text{pm}}$	$\frac{\lambda_{2, \text{teórica}}}{\text{pm}}$
3,0	5,25	22,6	22,4
3,5	4,88	21,0	20,7
4,0	4,58	19,7	19,4
4,5	4,35	18,6	18,3
5,0	4,12	17,5	17,3

b) Verificación de la ecuación de de Broglie

La relación de de Broglie (ecuación (I)) se puede verificar con $e = 1,6021 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

$$m = 9,1091 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$h = 6,6256 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

en la ecuación (IV). Los resultados para la longitud de onda determinados por la ecuación (IV) son $\lambda_{1, \text{ teórica}}$ y $\lambda_{2, \text{ teórica}}$. Están enunciados para los diámetros D_1 y D_2 en la Tabla 2 y la Tabla 3 respectivamente. Los valores λ_1 y λ_2 determinados por el patrón de difracción concuerdan bastante bien con los valores teóricos $\lambda_{1, \text{ teórica}}$ y $\lambda_{2, \text{ teórica}}$ según la relación de de Broglie.

c) Determinación de las distancias reticulares interplanares del grafito

En la Fig. 6 se trazaron los diámetros D_1 y D_2 en función de $1/\sqrt{U}$. Las pendientes k_1 y k_2 están determinadas por ajustes lineales que atraviesan el origen según la ecuación (IX) para los datos experimentales:

$$k_1 = 1,578 \cdot m \sqrt{V}$$

$$k_2 = 2,729 \cdot m \sqrt{V}$$

Resolviendo la ecuación (X) para la distancia reticular interplanar d

$$d = \frac{2 \cdot L \cdot h}{k \cdot \sqrt{2} \cdot m \cdot e}$$

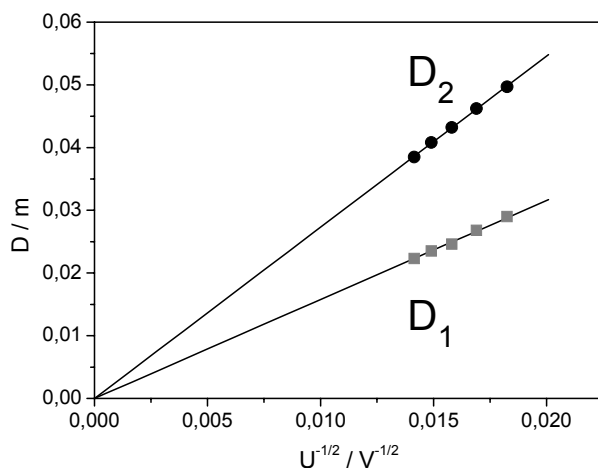


Fig. 6: Diámetros D_1 y D_2 de los anillos en función de $1/\sqrt{U}$. Las líneas continuas corresponden a los ajustes lineales con las pendientes $k_1 = 1,578 \text{ m} \sqrt{V}$ y $k_2 = 2,729 \text{ m} \sqrt{V}$, respectivamente.

tenemos como resultado

$$d_1 = 2,10 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$d_2 = 1,21 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

lo cual está dentro de los límites de error según los parámetros especificados en la Fig. 3.

Información complementaria

Luego de los experimentos de Davisson y Germer, otros experimentos con efectos ondulatorios de partículas ocasionados por partículas confirmaron la relación de de Broglie y, por lo tanto, el dualismo onda-partícula. En 1930, por ejemplo, O. Stern e I. Esterman lograron demostrar la difracción de moléculas de hidrógeno y en 1931 difractaron átomos de helio usando un cristal de fluoruro de litio.

Los resultados experimentales que pueden ser descritos por la teoría cuántica sólo tienen la constante de Planck h en su fórmula básica. En este experimento, por ejemplo, se puede determinar la constante de Planck a partir de la ecuación (X), si se puede asumir que se conocen las distancias reticulares d_1 y d_2 del grafito, por ejemplo, a partir del análisis de la estructura de los rayos X:

$$h = \frac{d \cdot k \cdot \sqrt{2} \cdot m \cdot e}{2 \cdot L}$$

Usando los valores k_1 y k_2 obtenidos por el ajuste lineal correspondiente a los datos experimentales (Fig. 6), se obtiene

$$d_1: h = 6,724 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

$$d_2: h = 6,717 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

Bibliografía: $h = 6,6256 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$